Donc : $\boxed{(\Delta):\begin{cases} x=\frac{7}{3}-6t \\ y=-\frac{5}{3}+6t \\ z=3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})}$

•Deuxième méthode :

On pose $z=t$ dans les équations des deux plans et on essaye d'exprimer x et y en fonction de t ; autrement dit on résout le système suivant tel que le paramètre t est supposé un nombre fixe :

$$\begin{cases} 2x+y+2t-3=0 \\ x+2y-2t+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=-2t+3 \\ x+2y=2t-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-2y+2t-1)+y=-2t+3 \\ x=-2y+2t-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4y+4t-2+y=-2t+3 \\ x=-2y+2t-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y=-6t+5 \\ x=-2y+2t-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=2t-\frac{5}{3} \\ x=-2y+2t-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2t-\frac{5}{3} \\ x=-2(2t-\frac{5}{3})+2t-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=2t-\frac{5}{3} \\ x=-4t+\frac{10}{3}+2t-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2t-\frac{5}{3} \\ x=-2t+\frac{7}{3} \end{cases}$$

Ainsi la représentation de (Δ) est :

$$\boxed{(\Delta):\begin{cases} x=\frac{7}{3}-2t \\ y=-\frac{5}{3}+2t \\ z=t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})}$$

Remarque : Une droite a une infinité de représentation paramétrique qui différent selon son vecteur directeur et le point choisi.

2) Mq $\Omega(2;1;1)$ est le centre de (S) et $\frac{4}{3}$ est son rayon :

On a : $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y-2z+\frac{38}{9}=0$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+y^2-2y+z^2-2z+\frac{38}{9}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+4-4+y^2-2y+1-1+z^2-2z+1-1+\frac{38}{9}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6-\frac{38}{9}=\frac{16}{9}=\left(\frac{4}{3}\right)^2$$

Donc **(S) est une sphère de centre $\Omega(2;1;1)$ et de rayon $R=\frac{4}{3}$**

3) Calculons $d(\Omega;(P))$:

On a : $d=d(\Omega;(P))=\frac{|2+2-2+1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|3|}{3}=1$

Déduction :

On a : $d=1<R=\frac{4}{3}$; Alors le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) de centre H et de rayon

$$\boxed{r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{\frac{16}{9}-1}=\frac{\sqrt{7}}{3}}$$

Les coordonnées de H :

Le point H est le projeté orthogonal de Ω sur le plan (P) ; alors ses coordonnées sont solutions du système :

$$\begin{cases} x=2+t & (1) \\ y=1+2t & (2) \\ z=1-2t & (3) \\ x+2y-2z+1=0 & (4) \end{cases}$$

Dans la relation (4) on remplace x et y et z par les relations (1) et (2) et (3) ainsi on obtient l'équation :

$$2+t+2+4t-2+4t+1=0 \Rightarrow 9t+3=0 \Rightarrow t=\frac{-1}{3}$$

Ainsi : $x=2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$ et $y=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ et $z=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

D'où : $\boxed{H\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)}$

4) Calculons $d(\Omega;(ABC))$:

On a : $d(\Omega;(ABC))=\frac{|4+1+2-3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{|4|}{3}=\frac{4}{3}$

Déduction :

Puisque $d(\Omega;(ABC))=\frac{4}{3}=R$ donc le plan (ABC) est tangent à la sphère (S)

5) Equation cartésienne du plan (Q) :

On a $(Q)\parallel(ABC)$ donc ils ont le même vecteur normal $\vec{n}(2;1;2)$; ainsi : $(Q): 2x+y+2z+c=0$

Or le plan (Q) est tangent à la sphère (S), donc :

$$d(\Omega;(Q))=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{|4+1+2+c|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{|7+c|}{3}=\frac{4}{3} \Rightarrow |7+c|=4$$

$$\Rightarrow 7+c=4 \text{ ou } 7+c=-4 \Rightarrow c=-3 \text{ ou } c=-11$$

Puisque (Q) et strictement parallèle à (ABC) alors $c=-11$

D'où : $\boxed{(Q): 2x+y+2z-11=0}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

FB: révision bac science 2020

Scanned by DocumentScanner | Lufick